

液状化による地盤大変形および対策工の評価シミュレータの開発

京都大学経営管理研究部 教授 肥後陽介

1. はじめに

日本では近年、地震や豪雨による大規模な地盤災害が頻発しており、これらは多くの場合、地盤の大変形を伴う。大変形により生じる地盤災害は、インフラの破壊や経済損失に直結し、社会的影響が極めて大きい。このため、地盤の大変形挙動を適切に予測する解析技術の高度化が強く求められている。

地盤変形の解析手法には、直接法と離散化法が存在する。前者は極限解析や安定解析といった理論的手法により簡略モデルを用いるのに対し、後者は連続体または離散体に分割し数値的に解析を行う。特に、連続体を対象とする有限要素法（FEM）は地盤工学分野で広く利用されているが、大変形問題ではメッシュ歪みが発生し、解析精度と安定性に問題が生じる（Sulsky et al., 1994）。

これに対し、Material Point Method（MPM）は、マテリアルポイントと計算格子を組み合わせることで大変形に対応可能な解析手法として注目されている。従来の MPM は主に単相系地盤を対象としていたが、地盤は実際には水と空気を含む多相系材料であるため、多相連成解析の拡張が不可欠である。

本報告では、固・液・気の三相を考慮した新たな三相 2-Point MPM 定式化を紹介する。本手法は、固液相を独立したラグランジュ粒子でモデル化することで、固液相間の相対移動を考慮しつつ、移流項の発生を回避する特徴を持つ（Bandara & Soga, 2015）。さらに、本手法の適用性を検証するために数値解析を行い、不飽和盛土における地震時液状化挙動の再現性を評価する。

2. 従来研究と本研究の位置づけ

Material Point Method（MPM）は、もともと流体計算手法である Particle-In-Cell（PIC）法を固体力学に応用する形で（Sulsky et al., 1994）提案された。MPM は、マテリアルポイントにより質量・履歴情報を保持しつつ、背景格子上で支配方程式を解く手法であり、大変形問題においても高い数値安定性を維持できる。初期の MPM では、粒子が格子をまたぐ際に数値振動が生じる問題が指摘されたが、Bardenhagen らにより Generalized Interpolation Material Point（GIMP）法が提案され、これにより数値安定性が大幅に向上した（Bardenhagen & Kober, 2004）。

地盤は水と空気を含む多相系材料であるため、多相連成解析への拡張が試みられてきた。固液二相系の解析としては、Zhang らによる u-p 定式化（Zhang et al., 2009）、Jassim らによる液相加速度を考慮した定式化（Jassim et al., 2013）がある。不飽和三相系への拡張としては、Higo らが MPM と有限差分法（FDM）を連成した解析手法を提案し（Higo et al., 2010）、さらに動的問題への適用も行っている（Higo et al., 2015）。

一方、相間移流を適切に取り扱うために、2-Point 定式化が提案された（Bandara & Soga, 2015）。これは、固相と液相を別々のラグランジュ粒子で離散化することにより、相間移流項を消去し、質量保存則を各相ごとに厳密に適用できる特徴を持つ。特に、移流の数値的不安定性が問題となる大変形問題において、2-Point 定式化は大きな利点を有する（Soga et al., 2015）。

三相系においては、以下の 3 パターンの定式化が考えられる。

- (i) 1-Point 定式化（全相を一つの粒子で表現）、
- (ii) 2-Point 定式化（固液相を別粒子、気液相を共通粒子で表現）、
- (iii) 3-Point 定式化（全相を別粒子で表現）。

しかし、通常の地盤工学現象において気液相間の力学的相互作用は小さく、3-Point 定式化は過剰なモ

デル化となる。このため、本研究では三相 2-Point 定式化に基づく MPM 解析手法を提案し、その有効性を検討する。

3. 三相 2-Point MPM の定式化と特徴

本研究では、地盤の構成相である固体、液体、気体を考慮した三相連成問題に対し、三相 2-Point 定式化に基づく Material Point Method (MPM) を提案する。この定式化では、固相粒子と気液共通粒子の 2 種類のマテリアルポイントを用いる。固相は従来の MPM と同様にラグランジアンで追跡し、気液相は 1 つの共通粒子により表現することで、気液相間の移流を簡略化している。一方、固液間の移流は移流項無しにラグランジアン的に自然に扱われるため、大変形時においても数値安定性を確保できる。この考え方は、Bandara & Soga (2015) により固液二相系に対して提案された u-U 定式化に基づいている。なお、本報告書では文量の制限と解析結果に重点を置いた報告とするため、一切の数式を省略した。定式化の詳細については、参考文献を参照されたい (Higo et al. 2025)。

3.1 支配方程式の概要

支配方程式は、以下の構成で導かれる【Uzuoka & Borja, 2012】：

- 固相・液相・気相を混合した全体の運動方程式
- 液相の運動方程式
- 気相の運動方程式
- 液相の連続式
- 気相の連続式

固相と液相の間には Darcy 流れによる相互作用力が仮定され、気液間の相互作用は無視している。この簡略化により、一般的な地盤挙動の範囲では十分な精度を確保できると考えられる。また、骨格応力を応力変数とし、不飽和土の効果を反映するため、サクションに依存する水分特性曲線 (van Genuchten 式) と透水・透気係数モデル (Mualem 式) を組み込んでいる【van Genuchten, 1980】【Mualem, 1976】。

3.2 計算アルゴリズムの概要

三相 2-Point MPM では、以下のアルゴリズムで時間積分を行う：

- 各相粒子から格子点へ質量・運動量・圧力情報をマッピング
- 格子上で運動方程式および連続式を陽解法により時間積分
- 計算された加速度・圧力変化量を粒子に逆マッピング
- 粒子座標、速度、応力、飽和度、間隙率等を更新

特に固液間移流を回避しているため、粒子間での移動量が大きい場合にも計算の安定性が高い。この特性は、大変形を伴う液状化や地盤崩壊のような現象の再現において大きな利点となる。

4. 提案手法の検証解析例

本章では、提案する三相 2-Point MPM の定式化と離散化手法の妥当性を検証するため、一相系、二相系、三相系の典型的な数値例題について解析を行った。ここでは、最も重要かつ新規性の高い三相系の例題について報告する。

提案する三相 2-Point MPM の不飽和土の水理特性再現性を検証するため、Liakopoulos (1964) による Del Monte 砂を用いた一軸排水実験を対象に数値解析を行った。実験では、砂柱に一定流量の水を供給して飽和状態とした後、上端の給水を停止し、底部からの自然排水を観測した。異なる高さ位置におけるサクション (負の間隙水圧) が時間の経過とともに測定された。数値モデルでは、初期状態で水・空気両相の圧力をゼロとし、固相・流体相それぞれにセルあたり 4 粒子を配置した。境界条件として、側面は全相

固定、底面は固相を固定し、流体相は自由に排水可能とした。

使用した物性値は以下の通りである：土粒子密度： 2000 kg/m^3 ，水の透水係数： $4.41 \times 10^{-6} \text{ m/s}$ ，空気
の透気係数： 0.010 m/s ，ヤング率： 1300 kPa ，ポアソン比： 0.4 。また、飽和度とサクシジョンの関係には
Schrefler and Scotta (2001) に基づくモデル式を用いた。

解析結果（図-1）では、排水に伴うサクシジョンの増大傾向が観察され、実験結果および先行 FEM 解
析結果【Schrefler and Scotta, 2001】と概ね良好な一致を示した。特に、サクシジョンの時間的な増加傾向や、
排水流量の変化が適切に再現された。一方で、解析がさらに進んだ最終段階において、流体粒子のセル間
移動に起因する数値的不安定性が現れ、解析を 80 分程度で終了した。この現象は提案手法を含む粒子法
特有の問題であり、今後の課題である。

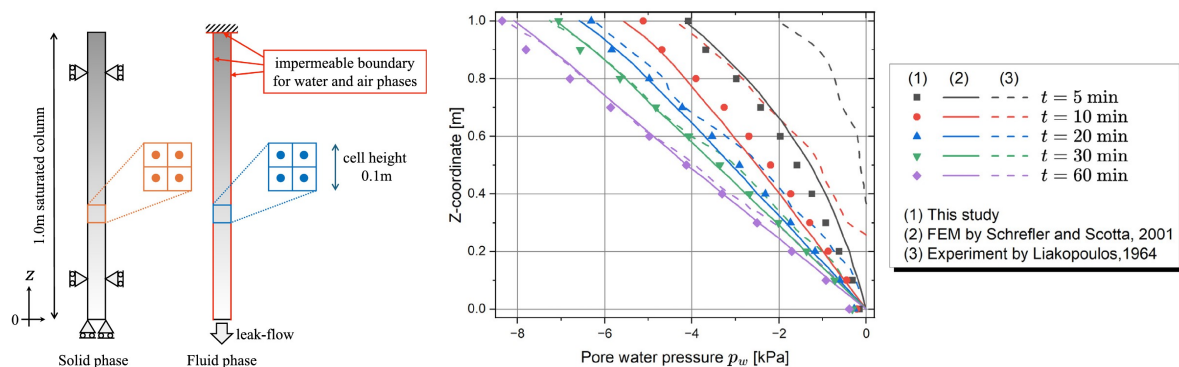


図-1 三相系検証例題：1次元排水問題におけるサクシジョン深度分布の時間変化

5. 不飽和盛土の液状化解析

本章では、提案手法の適用性検証として、不飽和盛土における地震時液状化挙動を対象とした数値解
析を実施する。特に、ドレーン施工の有無が液状化抑制に及ぼす影響を比較検討した。

5.1 ドレーン無しの場合

解析モデルは、図-2 に示すように基礎地盤上に不飽和盛土を造成し、モデル幅 26m、高さ 5m とした。
固相粒子は格子幅 0.5m の背景格子上に配置し、全体で約 1 万個の粒子を用いた。初期間隙比は 0.673、
飽和度は 60%とし、地下水位は基礎地盤表面に設定した。入力地震動は図-3 に示す強震動を与え、動的
解析を実施した。Rayleigh 減衰と人工減衰を導入し、数値安定性を確保した。

液状化を表現可能な構成式として、繰返し弾塑性構成式 (Oka et al. 1999, LIQCA 液状化地盤研究所
2015) を用いた。材料パラメータを表-1 に、繰返し三軸試験のシミュレーション結果の一例を図-4 に示
す。本研究では、仮想的な盛土および基礎地盤として珪砂 7 号を用いている。繰返しせん断によって、有
効応力が減少すると共に軸ひずみが増加する挙動を表現できている。

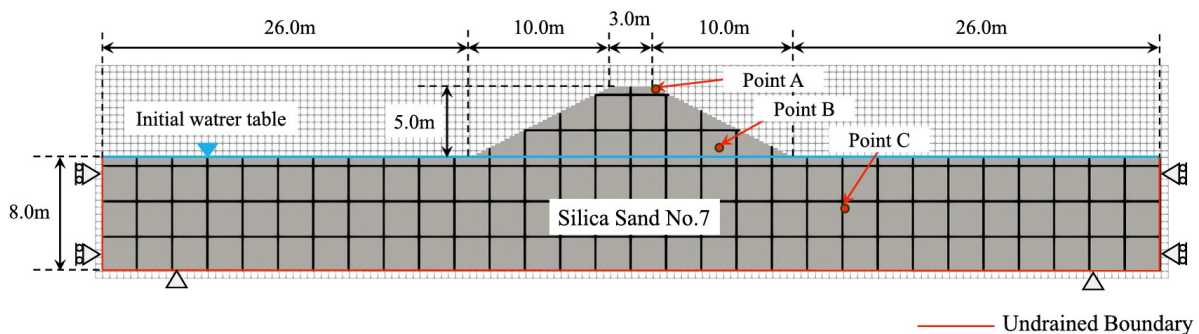


図-2 解析モデル（ドレーン無し）

図-2 解析モデル（ドレーン無し）

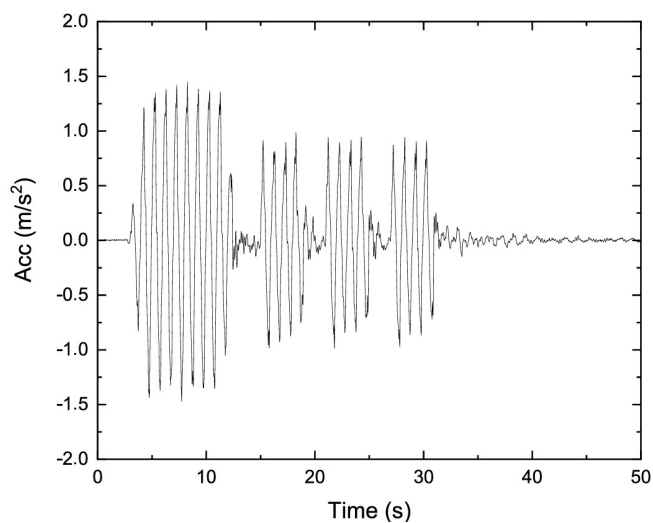


図-3 解析モデル（ドレーン無し）

パラメータ名	珪砂 7 号	ドレーン材
密度 ρ (Mg/m ³)	1.99	1.99
透水係数 k^l (m/s)	1.3×10^{-3}	0.1
初期間隙比 e_0	0.673	0.673
圧縮指数 λ	0.025	0.025
膨潤指数 κ	0.0025	0.0025
無次元化初期せん断係数 G_0 / σ_{m0}	908	908
擬似過圧密比 OCR^*	1.0	1.0
変相応力比 M_m^*	0.909	0.909
破壊応力比 M_f^*	1.511	1.511
硬化関数中のパラメータ B_0^*	1500	1500
B_1^*	20	-
C_f	0	-
基準ひずみ (塑性剛性) γ_r^{P*}	0.015	-
基準ひずみ (弾性剛性) γ_r^{E*}	0.100	-
ダイレイタンシー係数 D_0^*	1.0	-
n	9.0	-
異方性消失のパラメータ C_d	2000	2000
透気係数 k^a (m/s)	0.1	-
初期飽和度 S_{r0}	0.60	-
水分特性曲線のパラメータ α, n'	2.0, 4.0	-
残留飽和度 S_{re}	0.22	-

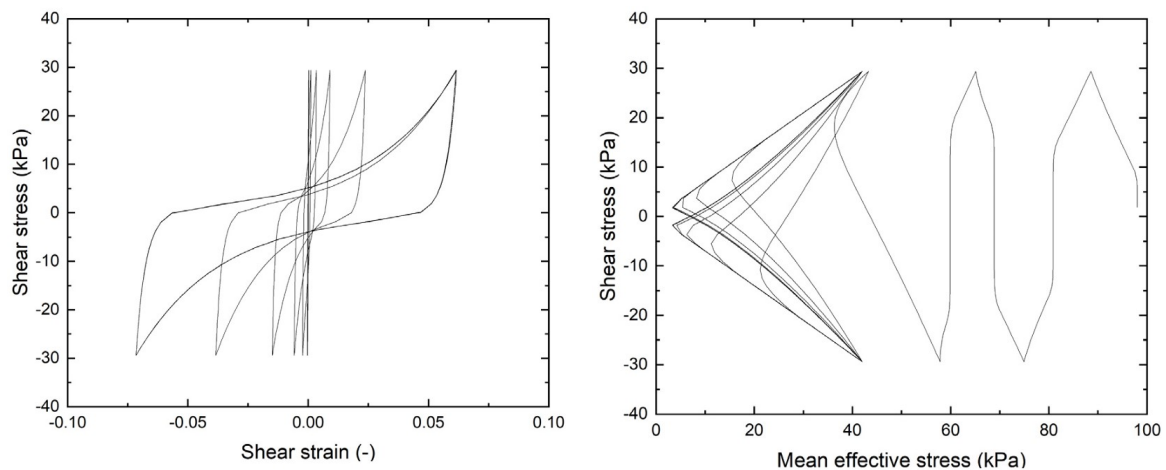


図-4 解析モデル（ドレーン無し）

解析結果として過剰間隙水圧比の分布図を粒子の変位とともに図-5 に示す。15 秒から 20 秒にかけて、盛土全体に液状化が発生し、盛土が沈下していく様子がシミュレーションされていることが分かる。液状化による堤体沈下と基礎地盤の左右方向への拡がりが見られ、堤体の安定性低下メカニズムが可視化できた。最終的に盛土は完全に崩壊し、地盤面は 0.70m 上昇した。珪砂 7 号という液状化しやすい仮想的な地盤であるため、ここまで著しい変形が生じているが、提案手法の液状化に伴う大変形挙動のシミュレーション能力を示すことができた。

5.2 ドレーン有りの場合

同じ解析モデルに対して、盛土内部に間隔 2m で設置した垂直ドレーンを導入した（図-6）。ドレーン部分の透水係数は 1.3×10^{-1} m/s に設定し、周辺地盤と明確に区別した。図-7 に示す通り、ドレーン設置部周辺では間隙水圧の上昇が抑制された。最終的に盛土は崩壊してしまったものの、これにより、ドレーンが効果的に排水を促進し、液状化発生範囲を縮小していることが確認できた。

また、液相粒子の変位ベクトル（図-8）からは、ドレーンに向かって間隙水が集中的に移動し上部へ排水されている様子が観察される。これは、固相粒子の変位と異なる挙動であり、固液間の相対変位が表現されていることから、透水性の大きく異なる地盤への高い適用性を示すことができた。

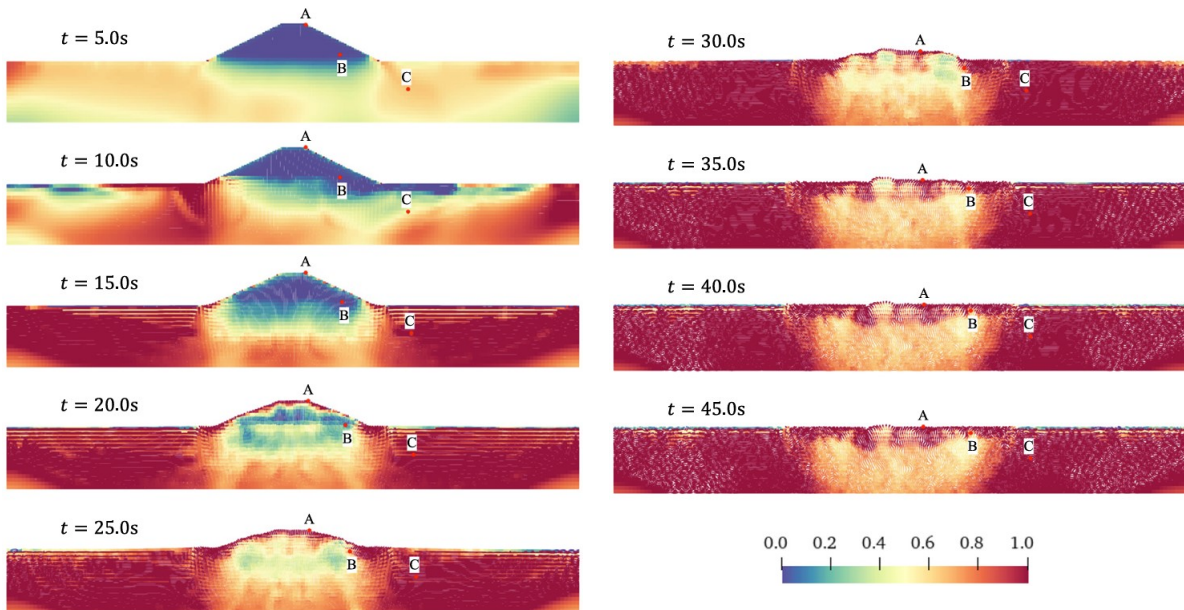


図-5 過剰間隙水圧比分布図（ドレーン無し）：初期値 0.0、液状化 1.0

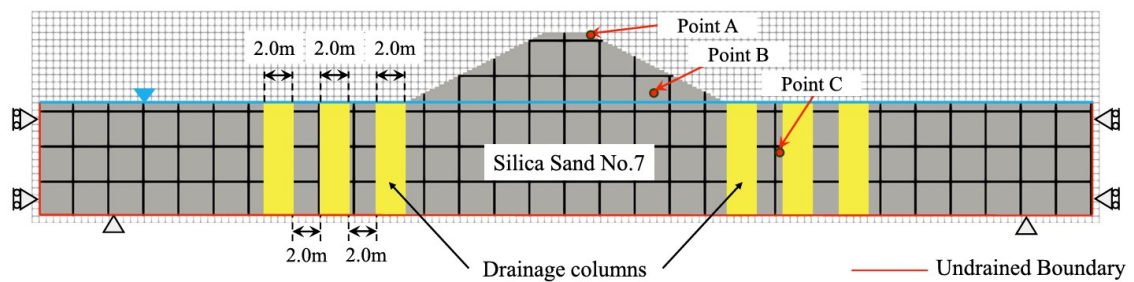


図-6 解析モデル（ドレーン有り）

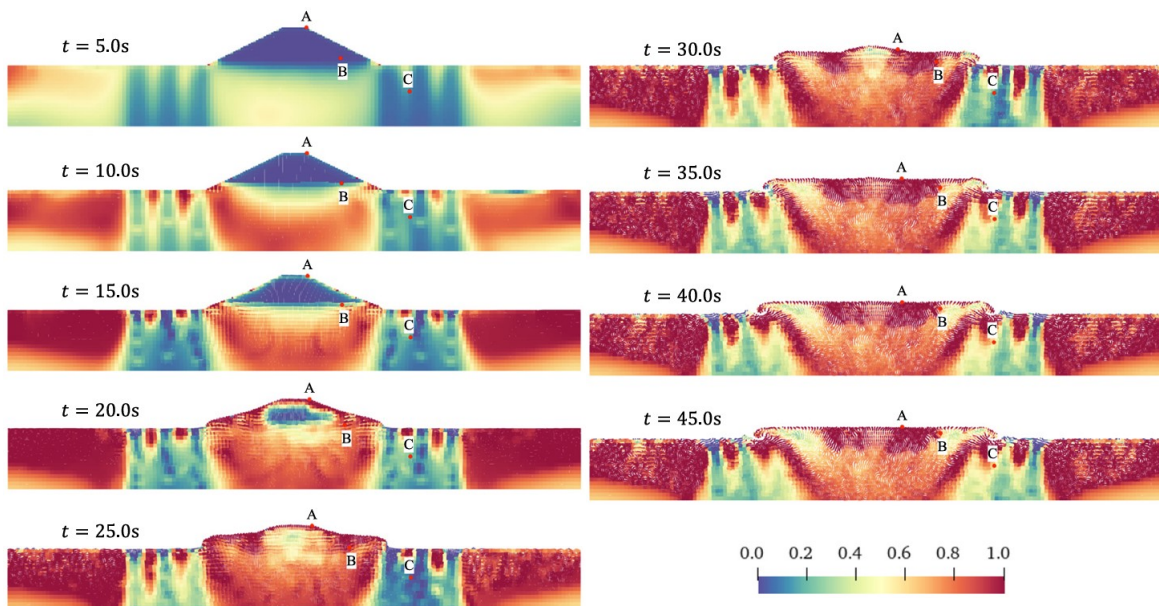
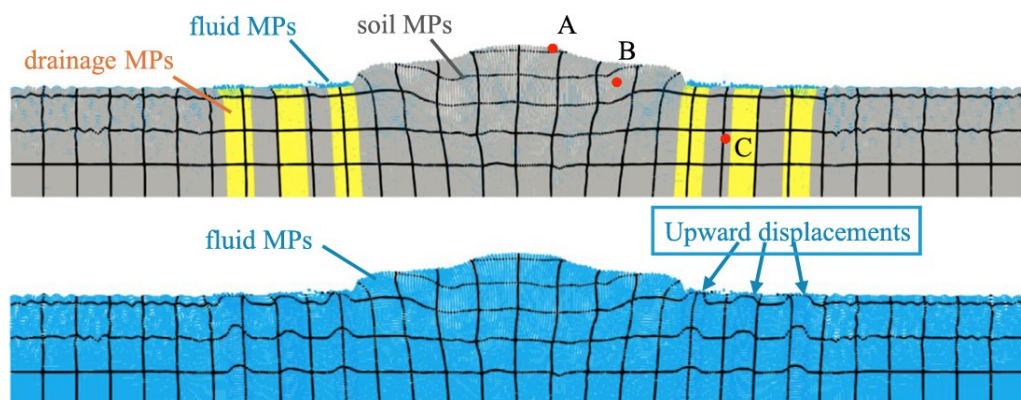


図-7 過剰間隙水圧比分布図（ドレーン有り）：初期値 0.0、液状化 1.0

図-8 固相粒子（上）液相粒子（下）の変形図（ $t=25.0$ ）

5.3 実験結果との比較

提案手法の妥当性検証のため、旧建設省土木研究所（2000）の実施した遠心模型実験の結果のシミュレーションを試みた。図-9 に示す通り、盛土および基礎地盤は江戸崎砂で、盛土の載荷部に高透水の砂利層の存在する地盤を解析した。江戸崎砂の構成式パラメータは既往の文献（LIQCA 液状化地盤研究所 2015）と同じものを用いた。その他、境界条件、入力地震動等の解析条件は 5.1, 5.2 と同様である。

図-10 に解析で得られた粒子変位と実験で得られた変形図を比較する。解析結果では、盛土部が大きく沈下し砂利層とともに基礎地盤の方向に変位しているが、実験と比べて変位を過大評価している。さらに、盛土粒子と砂利粒子の沈下は不均一であり実験結果と大きくことなり、実験結果の再現には至らなかった。この原因としては、構成式パラメータの設定にあると考えられる。今後は、江戸崎砂のパラメータを再検討すると共に、砂利層のパラメータ（現在は透水係数を 100 倍にした以外は江戸崎砂と同じパラメータを使用）を詳細に決定する必要がある。

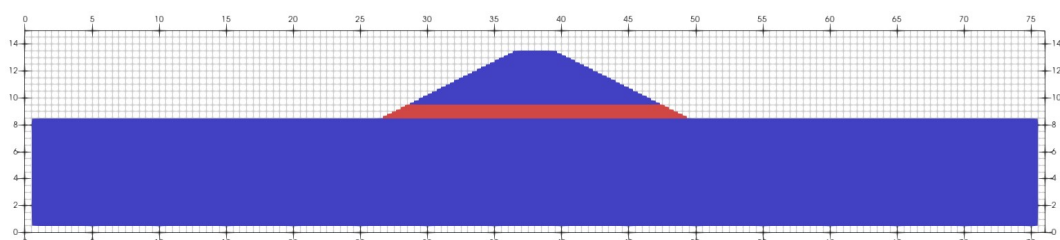


図-9 解析モデル（土木研究所 2000）

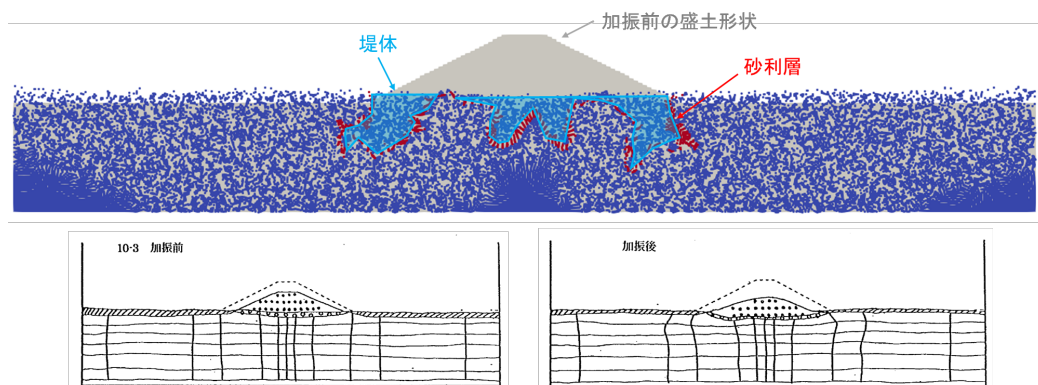


図-10 解析結果（粒子変位）と実験結果の比較

6. 結論と今後の課題

本研究では、固・液・気の三相を考慮した三相 2-Point 定式化 Material Point Method (MPM) を提案し、不飽和盛土の液状化解析への適用を試みた。提案手法では、固相と液相を独立したラグランジュ粒子で離散化することにより、固液相間の移流を排除しつつ、固有の履歴依存性を保持することが可能となった。

三相系の典型的な排水問題に対する数値検証においては、理論解とある程度の良い一致が確認され、定式化と離散化の妥当性が示された。また、不飽和盛土における地震時液状化解析に適用した結果、ドレーン設置による液状化抑制効果や、間隙水移動の可視化など、提案手法の有効性が示された。

一方で、実験結果との比較解析では、不飽和盛土部の過大な圧縮が生じるなど、構成式パラメータの適用性に課題が認められた。このことは、不飽和土に固有な体積変化挙動やサクシオン効果を、より正確にモデル化する必要性を示唆している。

現時点では、実験結果の実現象の再現にとどまったが、提案手法は以下の点において既存手法と比べて有利であると言える。

- 固相と液相の支配方程式を解く u - U 法であるため、通常の u - p 法で考慮されない移流項あるいは相対加速度を考慮しており、透水性の高い地盤での解析が可能である点
- 相対加速度を考慮した u - w - p 法などによる有限要素法では解析が困難な液状化に伴う大変形を解析可能である点

以上より、提案手法は、今後の大規模地盤災害予測や耐震設計への応用に向け、有力な基盤技術となる可能性を有している。

今後の課題としては、以下が挙げられる。

- 不飽和条件下での応力- ひずみ特性に適合した構成式パラメータの最適化
- 高度な粒子間補間技術（例：APDI 法）との組み合わせによる精度向上
- 実験データとの比較を通じた提案手法の実証と適用範囲の明確化
- FEM や 1-Point MPM との系統的な比較による、2-Point 定式化の利点と限界の整理

参考文献

- Bandara, S., Soga, K. : Coupled deformation-flow analysis of partially saturated soils in finite deformation regime, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 39, No. 3, pp. 290- 313, 2015.
- Bardenhagen, S. G., Kober, E. M. : The generalized interpolation material point method, Computer Modelling in Engineering and Science, Vol. 5, No. 6, pp. 447- 495, 2004.
- Higo, Y., Oka, Y., Kimoto, S., Morinaka, Y., Goto, Y., Chen, Z. : A coupled MPM-FDM analysis method for multiphase elasto-plastic soils, Soils and Foundations, Vol. 50, No. 4, pp. 515- 532, 2010.
- Higo, Y., Nishimura, S., Oka, F. : Dynamic analysis of unsaturated embankment considering the seepage flow by a GIMPFD coupled method, Computer Methods and Recent Advances in Geomechanics, pp. 1761- 1766, 2015.
- Higo, Y., Takegawa, Y., Zhu, F., and Uchiyama, D., A three-phase two-point MPM for large deformation analysis of unsaturated soils, Computers and Geotechnics, Volume 177, Part A, January 2025, 106860, 2025.
- Jassim, I., Stolle, D., Vermeer, P. A. : Two-phase dynamic analysis by material point method, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 37, No. 15, pp. 2502- 2522, 2013.
- Kiriyama, T., Higo, Y. : Arbitrary particle domain interpolation method and application to problems of geomaterial deformation, Soils and Foundations, Vol. 60, No. 6, pp. 1422- 1439, 2020.

- Liakopoulos, A. C. : Transients of water motion in unsaturated porous media, University of California Publications in Engineering, Vol. 55, 1964.
- Mualem, Y. : A new model for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated porous media, Water Resources Research, Vol. 12, No. 3, pp. 513- 522, 1976.
- Schrefler, B. A., Scotta, R. : A fully coupled dynamic model for two-phase fluid-saturated porous media, Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, Vol. 6, No. 4, pp. 401- 418, 2001.
- Soga, K., Alonso, E., Yerro, A., Kumar, K., Bandara, S. : Trends in large-deformation analysis of landslide mass movements with particular emphasis on the material point method, Géotechnique, Vol. 66, No. 3, pp. 248- 273, 2015.
- Sulsky, D., Chen, Z., Schreyer, H. L. : A particle method for history-dependent materials, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 118, pp. 179- 196, 1994.
- Uzuoka, R., Borja, R. I. : Dynamics of unsaturated porous media: governing equations and numerical algorithm, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 89, No. 3, pp. 293- 318, 2012.
- van Genuchten, M. T. : A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils, Soil Science Society of America Journal, Vol. 44, pp. 892- 898, 1980.
- Zhang, H. W., Wang, K. P., Chen, Z. : Material point method for dynamic analysis of saturated porous media under external contact/impact of solid bodies, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 198, No. 17- 20, pp. 1456- 1472, 2009.
- 建設省土木研究所：法先固化改良による盛土の耐震対策効果に関する動的遠心模型実験報告書，土木研究所資料，第 3688 号，平成 12 年 3 月，2000.