

## 河川堤防の越水破堤を対象とした三次元粒子法モデルの開発

京都大学工学研究科 准教授 五十里洋行

## 1. 研究の目的

近年、線状降水帯の発生による集中豪雨が高頻度に発生している。大量の降水により河川水位が上昇すると堤越流が発生するが、それによって堤体の一部が侵食されるとそれをトリガーとして堤内地への流出流量が徐々に増加し、最終的には堤体の破堤へと至り得る。この一連の越水破堤現象については、実験による検討は数多く行われているものの（例えば、島田ら(2010)）、CFDに基づいた数値シミュレーションに関しては、特に侵食土砂の堆積まで扱ったものは少ない。この種の被害予測や対策を講じる上で、現象を理解するためには水理実験の実施が第一の選択肢であるのは言うまでもないが、一方で、検討のためのコストをより削減させるためには、本現象を再現可能な数値シミュレーションモデルの開発もまた重要であると言える。そこで、本研究では、このような越水破堤現象を記述可能な数値シミュレーションモデルの開発を行う。モデルの根幹として、物体の複雑な変形に対応可能な粒子法を適用し、流れによる堤体の時系列変化を追跡できるモデルを開発する。既往の水理実験（Elalfy et al., 2018）を参考に境界条件を設定し、数値的に越水を発生させて、堤体の侵食に端を発する土砂の流動・堆積過程を数値流体力学的に検討する。

## 2. 数値モデルの概要

本研究では、粒子法をベースとした数値モデルを構築した。移動・変形の対象となる物体は流体および土砂であり、以下にそれぞれについての解析手法の概要を記述する。

## (1) 流体解析

支配方程式は、以下の通りである。

$$\frac{D\rho_l}{Dt} + \rho_l \nabla \cdot \mathbf{u}_l = 0 \quad (1)$$

$$\frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\frac{1}{\rho_l} \nabla p_l + \nu \nabla^2 \mathbf{u}_l + \mathbf{g} - \frac{\beta}{\rho_l} \mathbf{F}_{ls} \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{u}$ ：流速ベクトル、 $p$ ：圧力、 $\rho$ ：密度、 $t$ ：時間、 $\mathbf{g}$ ：重力加速度ベクトル、 $\nu$ ：動粘性係数、 $\mathbf{F}_{ls}$ ：固液相間相互作用力ベクトル、 $\beta$ ：侵食量を調整するための低減係数であり、下添え字  $l$  および  $s$  はそれぞれ液相（流体）および固相（土砂）を示す。

本数値モデルの流体解析では、上式を高精度 ISPH（Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics）法（後藤，2018）の離散化モデルに基づいて離散化する。まず、ISPH 法（Shao and Lo, 2003）では、流速を Projection 法に従って 2 段階に分けて更新する。

$$\mathbf{u}_l^* = \mathbf{u}_l^k + \Delta t \left( \nabla^2 \mathbf{u}_l^k + \mathbf{g} - \frac{\beta_l}{\rho_l} \mathbf{F}_{ls}^k \right) \quad (3)$$

$$\mathbf{u}_l^{k+1} = \mathbf{u}_l^* - \frac{\Delta t}{\rho_l} \nabla p_l^{k+1} \quad (4)$$

ここで、 $\Delta t$ ：計算時間間隔であり、上添え字  $k$  および  $*$  は計算ステップおよび仮の値を示す。圧力  $p_l^{k+1}$  は、式(4)の両辺の発散を取って得られる下記の Poisson 方程式を解くことで得られる。

$$\nabla^2 p_l^{k+1} = \frac{\rho_l}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}_l^* \quad (5)$$

本数値モデルでは、左辺の Laplacian に対して以下の離散化モデル (Khayyer and Gotoh, 2010) を適用する。

$$\langle \nabla^2 p_l^{k+1} \rangle_i = \sum_j \left\{ \frac{\partial p_{ij}}{\partial r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} + p_{ij} \left( \frac{\partial^2 w_{ij}}{\partial r_{ij}^2} + \frac{D_0 - 1}{r_{ij}} \frac{\partial w_{ij}}{\partial r_{ij}} \right) \right\} V_j \quad ; \quad p_{ij} = p_j - p_i \quad (6)$$

ここで、 $r_{ij}$  : 粒子  $ij$  間の距離、 $w$  : カーネル関数、 $D_0$  : 次元数、 $V$  : 粒子の体積である。また、右辺に対しては、下記のモデル (Khayyer and Gotoh, 2009) を適用する。

$$\langle \nabla \cdot \mathbf{u}_l^* \rangle_i = \sum_j V_j \mathbf{u}_l^* \cdot \nabla w_{ij} \quad (7)$$

さらに、式(4)に含まれる圧力勾配項については、以下のモデル (Oger et al., 2007) を適用する。

$$\langle \nabla p \rangle_i = \sum_j V_j p_{ij} \mathbf{c}_{ij} \cdot \nabla w_{ij} \quad (8)$$

$$\mathbf{c}_{ij} = \left\{ \sum_j V_j \nabla w_{ij} \otimes \mathbf{r}_{ij} \right\}^{-1} \quad ; \quad \mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad (9)$$

ここで、 $\mathbf{r}_i$  : 粒子  $i$  の位置ベクトルである。以上は標準的な ISPH 法で用いられる離散化モデルとは異なり、計算精度向上のための高精度スキームが適用された離散化モデルである。これらに加えて、計算の安定性向上のために DS (Dynamic Stabilization) 法 (Tsuruta et al., 2013) も導入した。これは、2 粒子間の距離の極端な接近を防ぐためのスキームである。

## (2) 土砂変形解析

本数値モデルでは、堤体を連続体 (弾塑性体) と近似して変形を解く (Ikari and Gotoh, 2016, 2020) 。運動方程式は以下のように書ける。

$$\Xi = 0 : \quad \frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = \frac{1}{\rho_s} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{\rho_s} \nabla p_l + \mathbf{g} + \frac{1}{\gamma \rho_s} \mathbf{F}_{ls} \quad (10)$$

$$\Xi = 1 : \quad \frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = \frac{1}{\rho_s} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{\rho_s} \nabla p_l + \mathbf{g} + \frac{1}{\zeta(\rho_s + \theta C_M \rho_l)} \mathbf{F}_{ls} \quad (11)$$

$$\Xi = 2 : \quad \rho_l \left( \frac{\rho_s}{\rho_l} + C_M \right) \frac{d\mathbf{u}_s}{dt} = \mathbf{F}_{ls} + \rho_l (1 + C_M) \frac{d\mathbf{u}_l}{dt} - \nabla p_l + \rho_s \mathbf{g} \quad (12)$$

ここで、 $\Xi$  は土砂粒子の分類を示す変数であり、 $\Xi = 0$  : 地盤内粒子、 $\Xi = 1$  : 地盤表層粒子、 $\Xi = 2$  : 孤立粒子である。土砂粒子が地盤内もしくは地盤表層にある場合は、連続体の一部として、孤立した場合には個別要素法のような離散体粒子として扱う。なお、 $C_M$  : 付加質量係数、 $\gamma$  : 地盤 (堤体) の間隙率、 $\zeta$  : 地盤 (堤体) の充填率 ( $= 1 - \gamma$ ) であり、 $\theta$  は本計算で用いる計算粒子径に対する実際の堤体土砂の代表粒径の割合である。

$\boldsymbol{\sigma}$  は応力テンソルであり、以下の式を用いて計算される。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Omega} + \lambda_e \text{Itr}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}) + 2\mu_e \dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \{ \lambda_e \text{Itr}(\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p) + 2\mu_e \dot{\boldsymbol{\epsilon}}_p \} \quad (13)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{k+1} = \boldsymbol{\sigma}^k + \dot{\boldsymbol{\sigma}} \Delta t \quad (14)$$

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \frac{1}{2}\{\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T\}, \quad \boldsymbol{\Omega} = \frac{1}{2}\{\nabla \mathbf{u} - (\nabla \mathbf{u})^T\} \quad (15)$$

$$\lambda_e = \frac{Ev}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu_e = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (16)$$

ここで、 $E$ ：堤体のヤング率、 $\nu$ ：堤体のポアソン比、 $\mathbf{I}$ ：単位テンソルである。 $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p$ は塑性ひずみ速度テンソルであり、流れ則に従って以下の式から計算される。

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (17)$$

$$\lambda_p = \frac{\lambda_e \text{tr}\left(\frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) + 2\mu_e \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}{\lambda_e \text{tr}\left(\frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) \text{tr}\left(\frac{\partial g_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}}\right) + 2\mu_e \frac{\partial f_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}} : \frac{\partial g_p}{\partial \boldsymbol{\sigma}}} \quad (18)$$

$f_p$ および $g_p$ は、塑性関数およびダイレイタンシー関数であり、本研究ではそれぞれ Drucker-Prager 条件を用いた。

$$f_p = \sqrt{J_2} + \alpha_\phi I_1 - k_c \quad (19)$$

$$g_p = \sqrt{J_2} + \alpha_\psi I_1 \quad (20)$$

$$\alpha_\phi = \frac{2\sin\phi}{\sqrt{3}(3-\sin\phi)}, \quad k_c = \frac{6c \cos\phi}{\sqrt{3}(3-\sin\phi)}, \quad \alpha_\psi = \frac{2\sin\psi}{\sqrt{3}(3-\sin\psi)} \quad (21)$$

ここで、 $I_1, J_2$ ：応力の第一および第二不変量、 $\phi, \psi, c$ ：堤体の内部摩擦角、ダイレイタンシー角および粘着力である。本研究では、堤体を弾完全塑性体と近似して計算を行う。

### (3) 固液相間相互作用

標準的な粒子法計算においては、流体粒子の固相内部への侵入を認めない。これは、固相内部で粒子数密度が過度に上昇して圧力が急激に増加するのを防ぐためである。しかし、本数値モデルでは、堤体内部に限っては流体粒子の侵入を許可する。すなわち、流体粒子と土砂粒子の位置の重複を認める。これは、堤体内部の浸透流と外部の表層流を統一して解くためである。ただし、流体粒子および土砂粒子それぞれで粒子数密度を計算する際には異相粒子がカーネルの範囲内にいたとしても、粒子数密度のカウントには含まないとするこことで、粒子数密度の過度な上昇を防ぐ。両相の相互作用力については、上記の土砂粒子の分類フラグによって異なる式で与える。

$$\Xi = 0: \quad \mathbf{F}_{ls} = \frac{\alpha_{ls}\mu\xi^2}{\gamma d_{50}^2}(\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_s) \quad (22)$$

$$\Xi = 1: \quad \mathbf{F}_{ls} = (1-\theta) \frac{\alpha_{ls}\mu\xi^2}{\gamma d_{50}^2}(\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_s) + \theta \frac{3}{4} C_d \frac{\zeta}{d_p}(\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_s)|\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_s|\gamma^{-1.65} \quad (23)$$

$$\Xi = 2: \quad \mathbf{F}_{ls} = \frac{3}{4} C_d \frac{\zeta}{d_{50}}(\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_s)|\mathbf{u}_l - \mathbf{u}_s|\gamma^{-1.65} \quad (24)$$

$$\alpha_{ls} = \frac{41\gamma^2}{\zeta^{\frac{2}{3}}\left(1-\zeta^{\frac{1}{3}}\right)\left(1-\zeta^{\frac{2}{3}}\right)} \quad (25)$$

ここで、 $\mu$ ：粘性係数、 $d_{50}$ ：堤体土砂の中央粒径、 $C_d$ ：抗力係数である。

## 3. 河川氾濫流による越水破堤シミュレーション

## (1) 計算領域

図-1~図-3 に、本計算における計算領域を示す。領域左端の流入境界から一定の流量で水を供給して流れを発生させる。流入境界のある等幅水路（断面 A）から拡幅部（断面 B）を経て、固定斜面部（断面 C）に続けて台形状の堤体（断面 D）を設置する。堤体には図-3 に示すような断面が幅 0.1 m × 深さ 0.1 m の矩形形状の切り欠（導流水部）を設け、切り欠からの越流侵食を促す。堤内地側には、侵食土砂の堆積挙動を調査するために固定平坦床を設置した。なお、固定平坦床を超えた越流水は消去した。計算領域右端は流出境界として越流堰を設けた。初期水深は、0.15 m である。これらの領域設定は、Elalfy et al. (2018)の水力実験条件を参考にした。粒子径は、0.01 m とした。

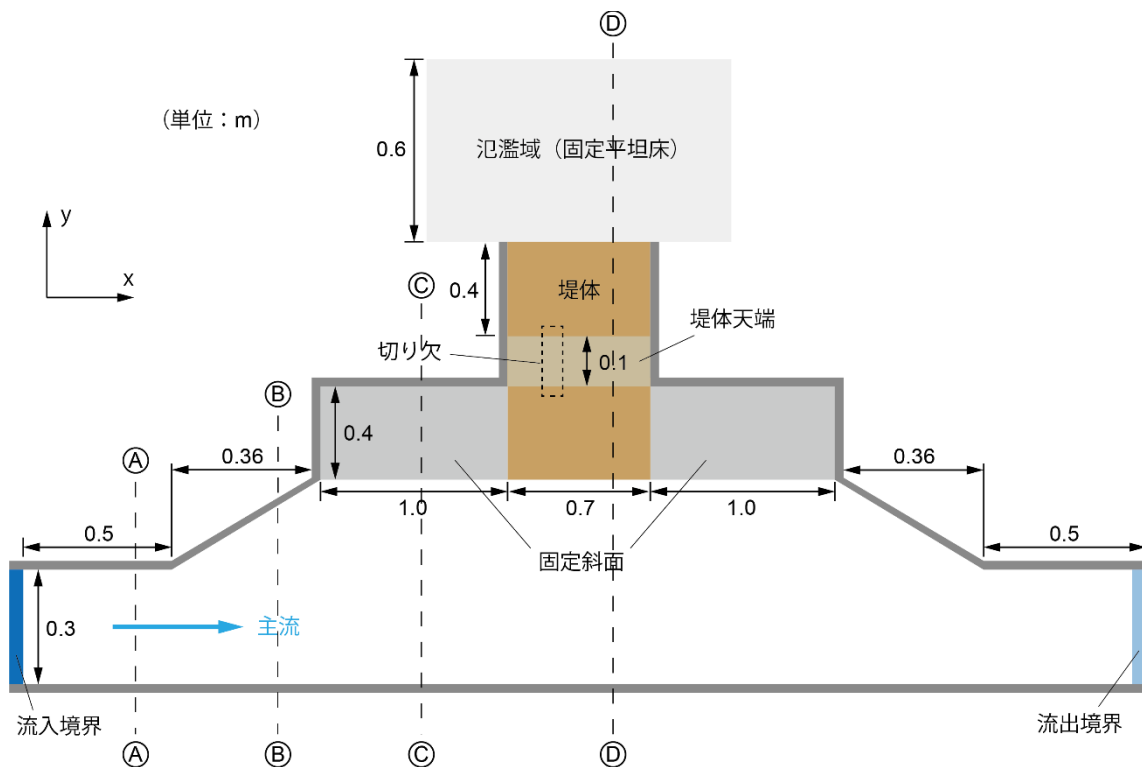


図-1 計算領域（平面図）

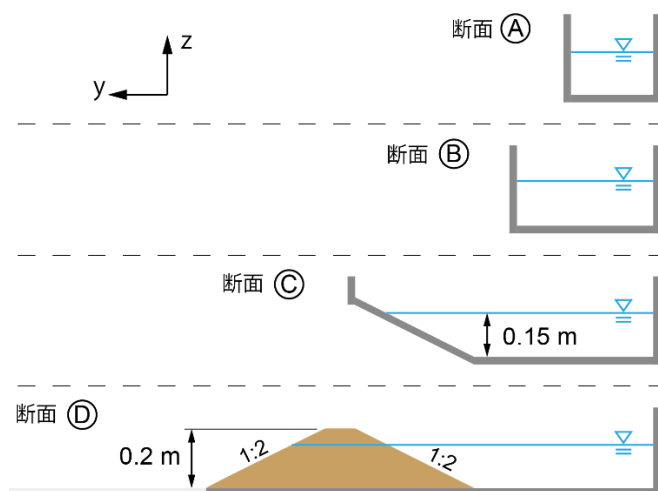


図-2 計算領域（断面図）

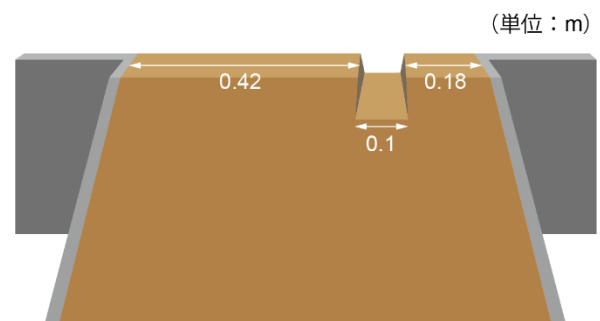


図-3 堤体模式図

## (2) 計算結果

図-4 に、計算領域全体を図示した計算結果のスナップショットを示す。図中の水色の球で示しているのが流体粒子であり、茶色が土砂粒子、灰色が固定壁粒子である。なお、流入開始時刻ではなく、越流開始時刻を  $t=0.0$  s と定義している。河川の流れを模した主流部から堤体の切り欠けを通じて越流が発生している様子がわかる。越流水は固定平坦床部において三角形状に広がって氾濫域を拡大していく。

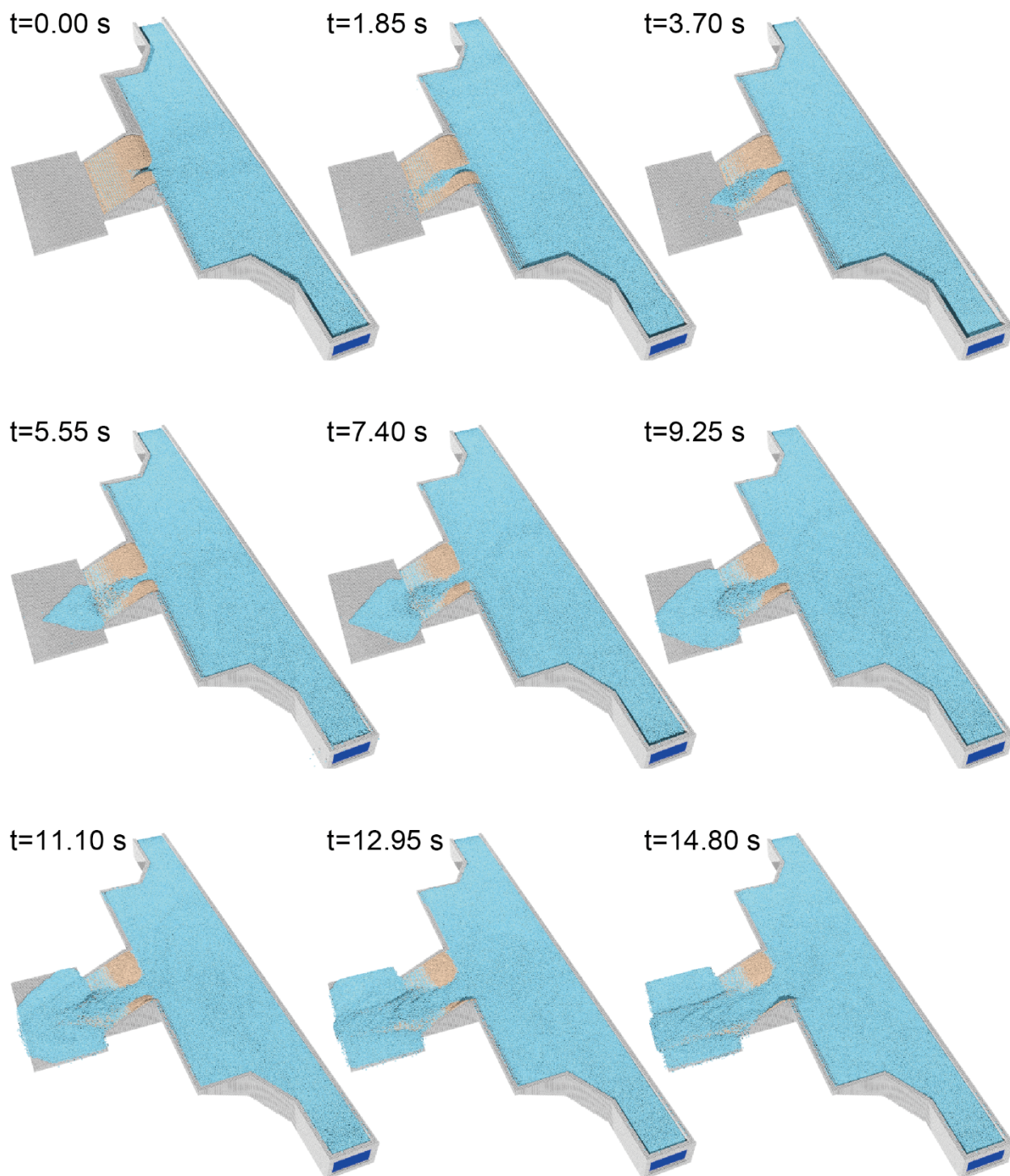
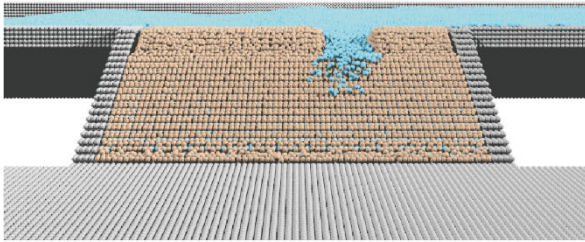


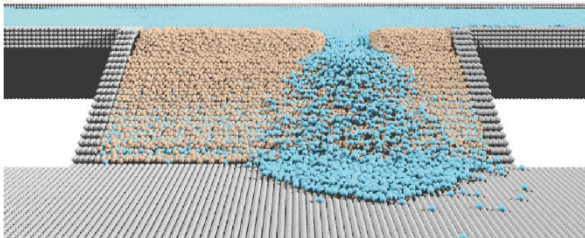
図-4 計算結果のスナップショット（全体図）

図-5 に、固定平坦床部からの視点で堤体近傍を図示したスナップショットを示す。また、図-6 に、堤体および固定平坦床部の上方から土砂粒子および固定壁粒子のみを描画したスナップショットを示す。切り欠部を中心に越流水によって堤体が侵食され、切り欠の幅が拡大し、氾濫が増大している。また、越流水の作用によって土砂粒子が固定平坦床部に移動し、堆積する状況が本計算によって示されている。本計算では越流開始から約 15 秒後まで計算を実施したが、流体は固定平坦床部全域に広がったのに対して、土砂の堆積域は堤体幅の 2/3 程度までしか下流側には広がらなかった。

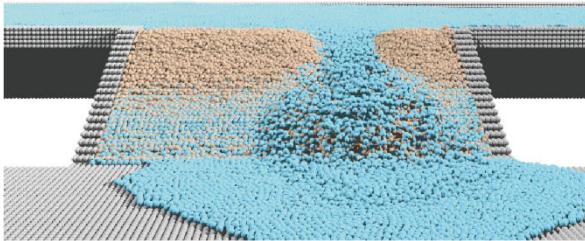
t=0.4 s



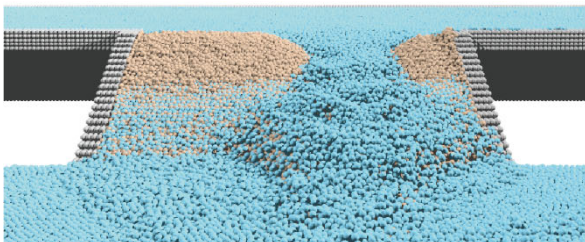
t=4.0 s



t=7.6 s



t=11.2 s



t=14.8 s

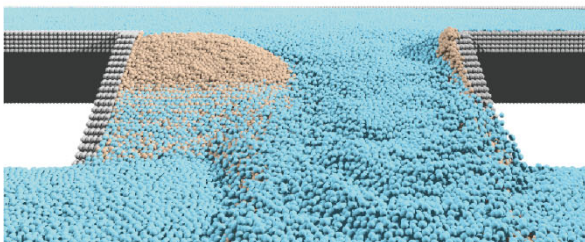
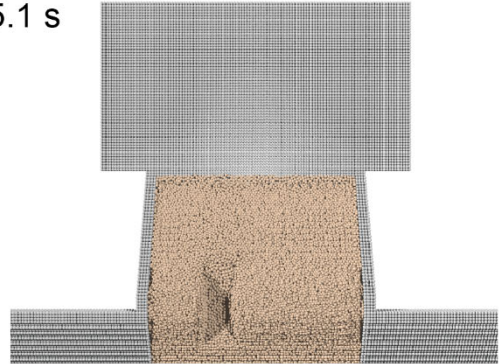
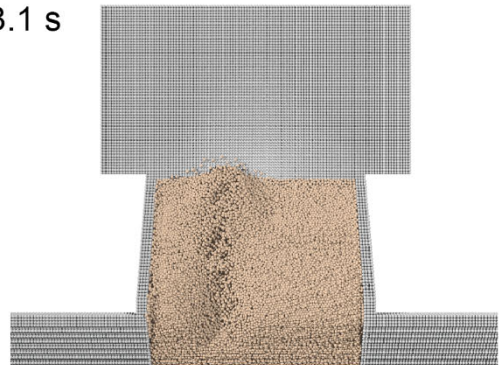


図-5 切り欠からの氾濫

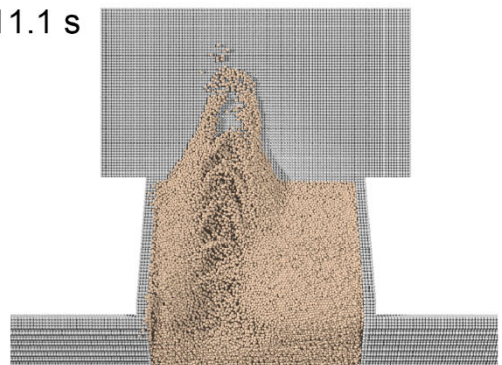
t=5.1 s



t=8.1 s



t=11.1 s



t=14.1 s

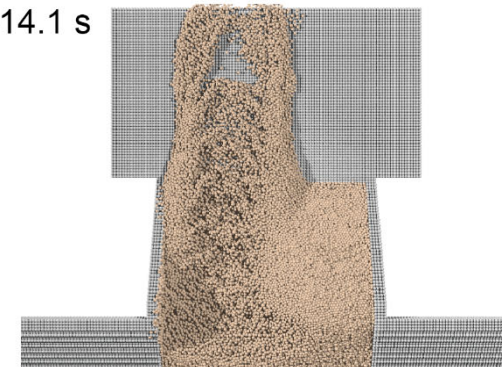


図-6 堤体土砂の堆積

図-7 に、図中に示す堤体の 4 計測断面における断面形状を Elalfy et al.(2018)の実験結果と併せて示す。実験結果の断面形状と比較すると計算結果は  $t=5.0$  s 時点では実験結果と良好に対応しているが、 $t=15.0$  s では侵食量が大きく、特に切り欠部の幅が広く評価された。これは、本計算での主流部の水位が実験結果よりも大きいことが原因の一つであると思われる。本計算においては、流出堰の高さを試行錯誤的に調整して主流部の水位を実験結果に合致させようとしたが、まだ実験結果に一致するような調節が完了していない。もう一つの原因として、堤体の粘着性に関する問題がある。実験結果の断面形状を見ると、切り欠の斜面勾配が非常に大きい。これはおそらく堤体土砂が不飽和土で見かけ上の粘着性を有していることを示唆しており、本計算においても切り欠形状を維持するために粘着力を与えたが、それが不十分で計算の方が侵食されやすい状態であったことが考えられる。断面形状に関しては、今後、主流部の水位や土砂に与える粘着力を引き続き検討した上で比較する必要がある。

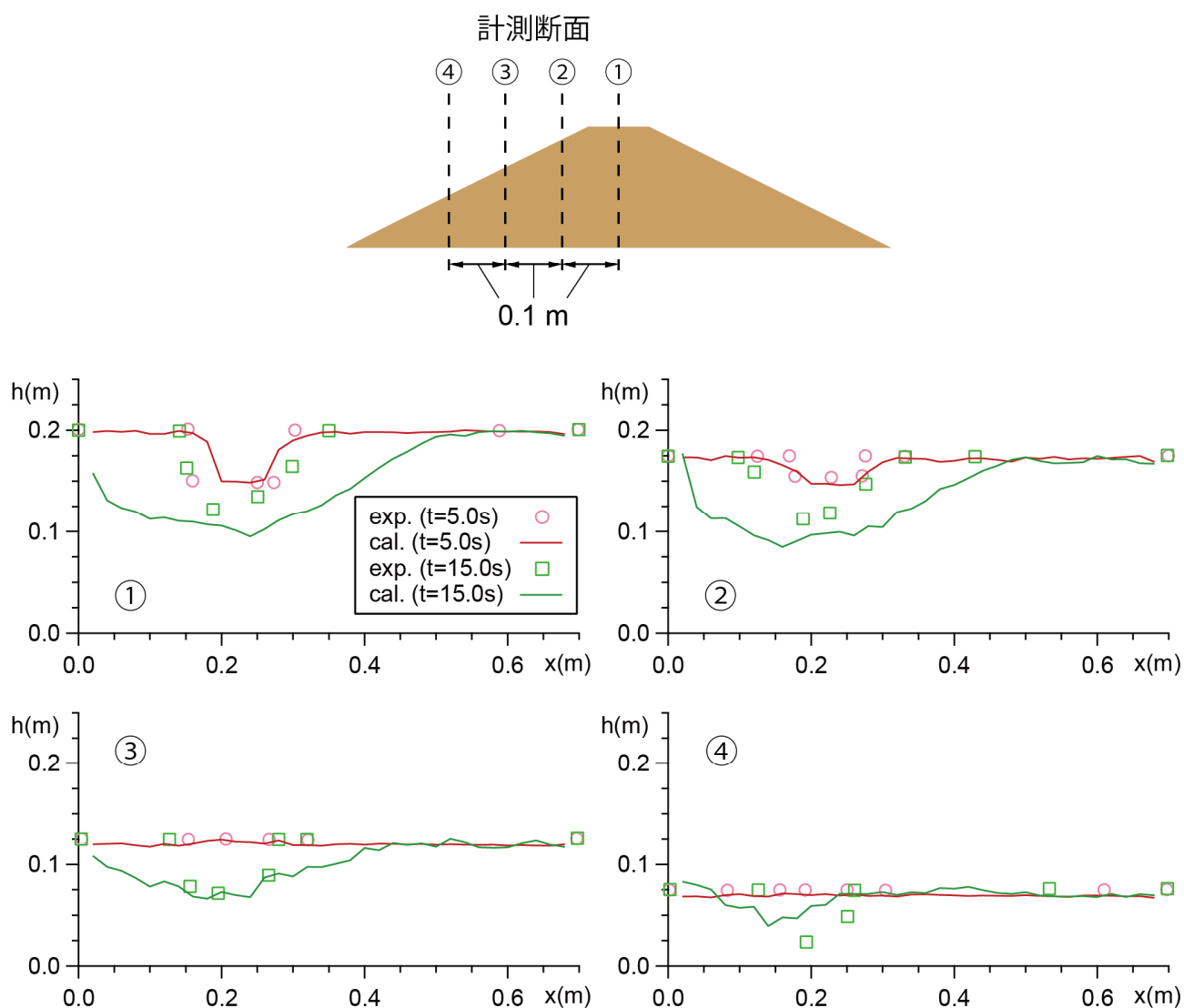


図-7 堤体断面形状の比較

#### 4. 結論

本研究では、粒子法をベースとした河川堤防の越水破堤解析に対応可能な数値シミュレーションモデルの構築を行った。流体には高精度 ISPH 法を適用し、堤体の変形を弾塑性構成則に従って解くモデ

ルを開発した。既往の水理実験と同様に、河川の左岸のみに越流を促進するための切り欠を設けた堤体を設置した水路を用いて計算を行った。

計算の結果、河川水が堤体の切り欠を通して堤内地に流出して氾濫が発生する過程が再現された。また、その越流水によって堤体の裏法が徐々に侵食されて堤体が変形するとともに、流出した土砂が堤内地に流動・堆積する過程も解かれた。本現象に関して、定性的には越水破堤過程の再現に成功したと言える。ただし、堤体の断面形状を実験結果と比較した結果、本計算では比較的侵食が大きく評価された。これは、河川の水位が実験よりも高いことや土砂の粘着力が原因であると考えられ、今後それらの条件設定の見直しが必要である。

#### 参考文献

- 1) E. Elalfy, A. A. Tabrizi, and M. H. Chaudhry. Numerical and Experimental Modeling of Levee Breach Including Slumping Failure of Breach Sides. *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 144(2), 04017066, 2018.
- 2) H. Ikari and H. Gotoh. SPH-based simulation of granular collapse on an inclined bed. *Mechanics Research Communications*, Vol. 73, pp. 12–18, 2016.
- 3) H. Ikari and H. Gotoh. Multiphase particle method using an elastoplastic solid phase model for the diffusion of dumped sand from a split hopper. *Computers and Fluids*, 208, 104639, 2020.
- 4) A. Khayyer, H. Gotoh, and S. Shao. Enhanced predictions of wave impact pressure by improved incompressible SPH methods. *Applied Ocean Research*, Vol. 31, No. 2, pp. 111–131, 2009.
- 5) A. Khayyer and H. Gotoh. A higher order Laplacian model for enhancement and stabilization of pressure calculation by the MPS method. *Applied Ocean Research*, Vol. 32, No. 1, pp. 124–131, 2010.
- 6) G. Oger, M. Doring, B. Alessandrini, and P. Ferrant. An improved SPH method: Towards higher order convergence. *Journal of Computational Physics*, Vol. 225, No. 2, pp. 1472–1492, 2007.
- 7) S. Shao and E.Y.M. Lo. Incompressible SPH method for simulating Newtonian and non-Newtonian flows with a free surface. *Advances in Water Resources*, Vol. 26, No. 7, pp. 787–800, 2003.
- 8) N. Tsuruta, A. Khayyer, and H. Gotoh. A short note on Dynamic Stabilization of Moving Particle Semi-implicit method. *Computers & Fluids*, Vol. 82, pp. 158–164, 2013.
- 9) 後藤仁志. 粒子法 - 連続体・混相流・粒状体のための計算科学. 森北出版, 289p, 2018.
- 10) 島田友典, 平井康幸, 辻珠希. 千代田実験水路における越水破堤実験. 水工学論文集, 第 54 巻, pp. 811–816, 2010.